

TD 6
Etude du facteur de forme de l'oxygène

On étudie la distribution de charges du noyau par diffusion d'électrons.

1 – Dans le cas d'un noyau ponctuel, calculer la section efficace de Rutherford $\frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega}$ pour la diffusion électrons – noyaux. Dans le cas relativiste, cette section efficace de Rutherford devient celle de Mott.

2 – Dans le cas où le noyau n'est pas ponctuel, on introduit le facteur de forme $F(q)$ selon $\sigma(\theta) = \sigma_{Mott}(\theta)|F(q)|^2$, avec $F(q) = \frac{1}{Ze} \int d^3r \rho(\vec{r}) e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}}$ et \vec{q} le moment transféré.

a – Simplifier la formule dans le cas où la distribution est sphérique.

b – Calculer F pour une distribution $\rho(r) = \rho_0$ et 0 sinon (distribution uniforme).

c – Développer $F(q)$ pour les faibles valeurs de q ($qr \ll 1$) à partir de l'expression calculée en a-. Faire apparaître les moments de la distribution ρ .

d – En développant $F(q)$, retrouver la valeur du rayon carré moyen pour une distribution uniforme.

3 – Déterminer le facteur de forme de l'oxygène ^{16}O pour lequel deux protons occupent l'état $1s$ ($n = 0, l = 0$) et six l'état $1p$ ($n = 0, l = 1$).

Dans le modèle le plus simple du noyau, chaque nucléon se déplace dans un champ central. La fonction d'onde de chacun d'eux s'écrit : $\Phi_{nlm}(\vec{r}) = R_{nl}(r)Y_l^m(\vec{r})$. Si pour une couche donnée (n, l) tous les états m sont occupés, la couche est dite fermée. Dans ce cas, la densité ρ s'écrit

$\rho = 2e \sum_{n,l} \frac{2l+1}{4\pi} |R_{nl}(r)|^2$. Si le potentiel est harmonique, alors la fonction radiale vaut

$\sqrt{\frac{2n!\alpha^3}{\Gamma(n+l+3/2)}} (\alpha r)^l e^{-\frac{1}{2}\alpha^2 r^2} L_n^{l+1/2}(\alpha^2 r^2)$, avec $\alpha = (M\omega/\hbar)^{1/2}$, M et ω respectivement la masse et la

pulsation propre de l'oscillateur, Γ la fonction gamma telle que $\Gamma(n+1/2) = \frac{(2n)!\sqrt{\pi}}{2^{2n} n!}$ et

$L_n^\beta(x) = \sum_{m=0}^n \frac{(n+\beta)!}{(n-m)!(\beta+m)!} \frac{(-x)^m}{m!}$ le polynôme de Laguerre associé dont quelques valeurs sont

$L_0^{1/2}(x) = 1, L_0^{3/2}(x) = 1, L_1^{1/2}(x) = 3/2 - x, L_1^{5/2}(x) = 5/2 - x, L_2^{1/2}(x) = 15/8 - 5/2x + 1/2x^2$.